

Atomspektren - Wasserstoff

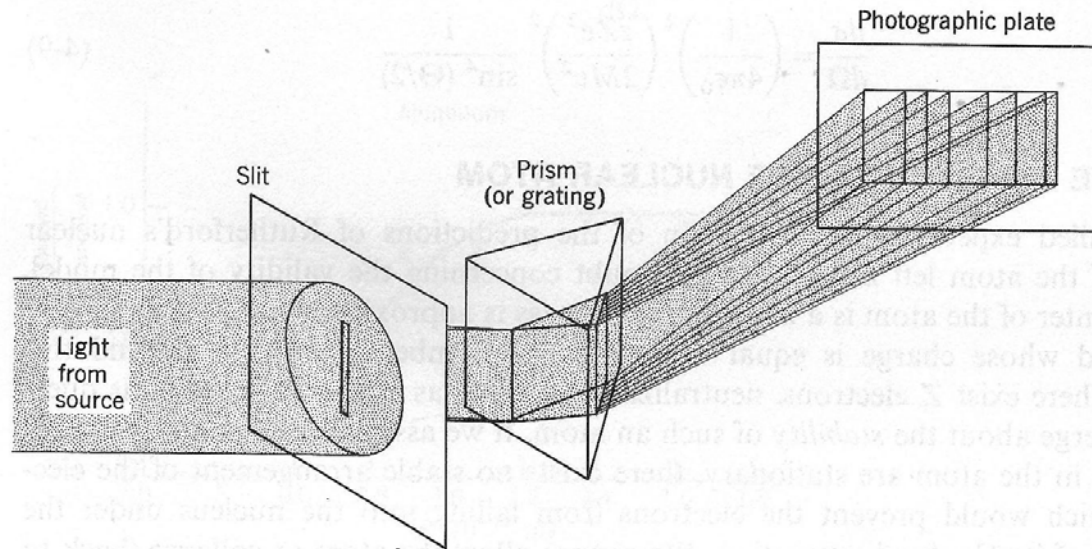


Figure 4-9 Schematic of an apparatus used to measure atomic spectra.

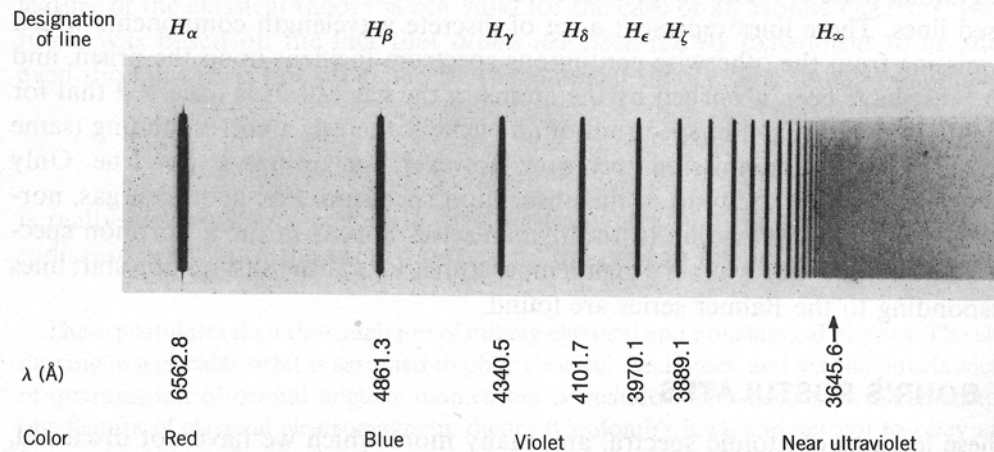
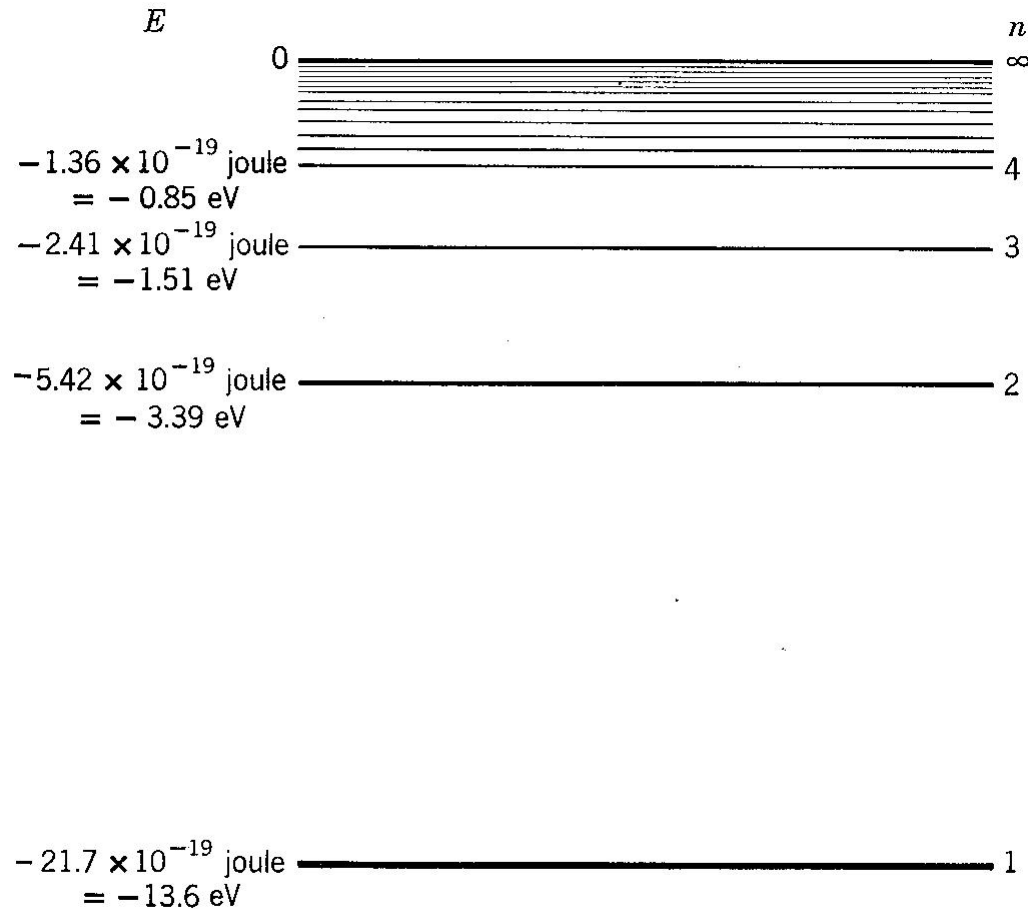


Figure 4-10 A photograph of the visible part of the hydrogen spectrum. (Spectrum from W. Finkelburg, *Structure of Matter*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1964.)

1885 Balmer
Linienpektrum des
H-Atoms:

$$\lambda = 3645.6 \frac{n^2}{n^2 - 4} [\text{\AA}]$$

Bohrsches Atommodell – Energieniveau-Schema des Wasserstoff-Atoms



$$E_n = -\frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2};$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Figure 4-11 An energy-level diagram for the hydrogen atom.

Bohrsches Atommodell – Erklärung des H-Spektrums

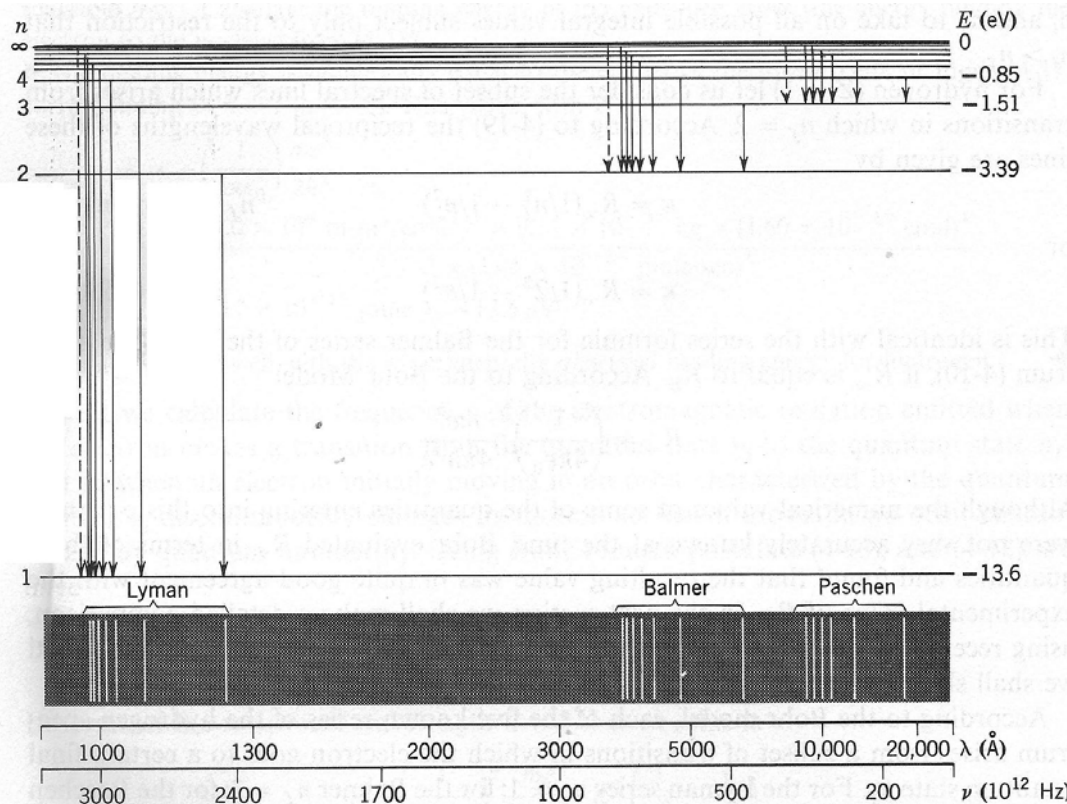
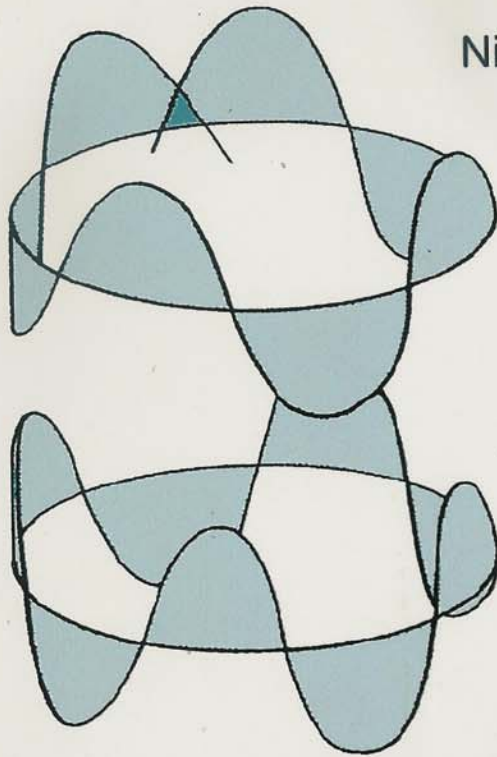


Figure 4-12 *Top:* The energy-level diagram for hydrogen with the quantum number n for each level and some of the transitions that appear in the spectrum. An infinite number of levels is crowded in between the levels marked $n = 4$ and $n = \infty$. *Bottom:* The corresponding spectral lines for the three series indicated. Within each series the spectral lines follow a regular pattern, approaching the series limit at the shortwave end of the series. As drawn here, neither the wavelength nor frequency scale is linear, being chosen as they are merely for clarity of illustration. A linear wavelength scale would more nearly represent the actual appearance of the photographic plate obtained from a spectroscope. The Brackett and Pfund series, which are not shown, lie in the far infrared part of the spectrum.

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{4\pi\hbar^3 c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Bohrsches Atommodell – Drehimpulsquantisierung



Nicht erlaubt

Wenn man sich nun vorstellt, dass das Elektron, das um ein Proton kreist, eigentlich eine Elektronenwelle ist, so erhält man eine stehende Welle dann, wenn der Umfang des Kreise ($2\pi r$) ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist.

$$n \cdot \lambda = 2\pi r \quad (3.4)$$

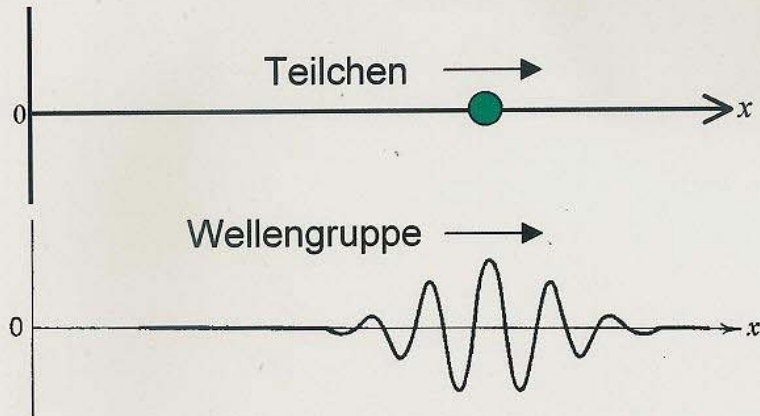
erlaubt

Alle anderen Wellenlängen löschen sich wegen Interferenz aus. Setzt man für λ die de Broglie-Wellenlänge ein, so ergibt sich $\left(\lambda = \frac{h}{p} \right)$

$$n \frac{h}{p} = 2\pi r \text{ oder } pr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

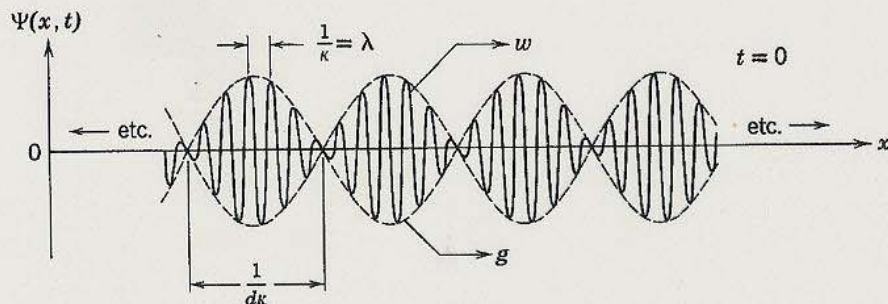
(3.5)

Eigenschaften von Materiewellen



Erzeugung einer Wellengruppe durch Superposition von Einzelwellen unterschiedlicher Wellenlänge

i) Addition zweier Wellen $\rightarrow$ Schwebung



ii) Addition von 7 Wellen

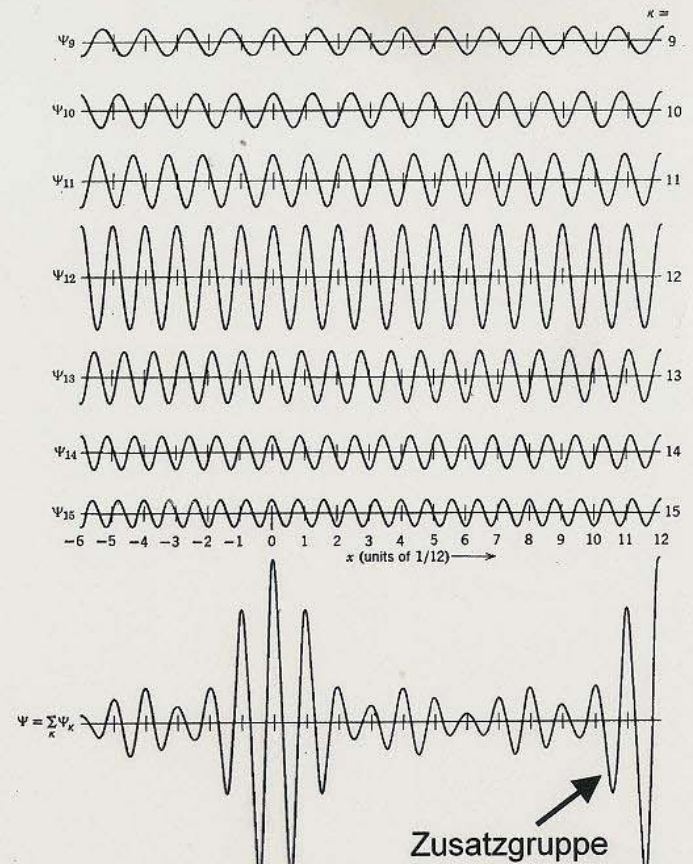
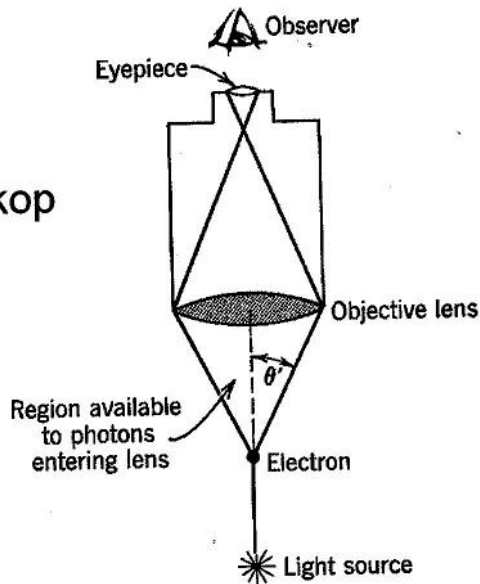


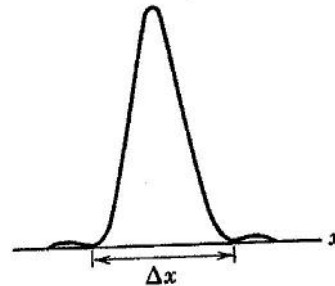
Figure 3-9 Showing, at $t = 0$, the superposition of seven cosine waves $\Psi_k = A_k \cos 2\pi(kx - vt)$ with uniformly spaced reciprocal wavelengths drawn from the range $k = 9$ to $k = 15$. Their amplitudes A_k maximize at the value $A_{12} = 1$ for the wave whose k lies in the center of the range, and they decrease symmetrically through the values $1/2$, $1/3$, and $1/4$ for the other waves as their k approach the ends of the range. The sum $\Psi = \sum_k \Psi_k$ of these waves consists of a group centered on $x = 0$, plus repeating groups of the same shape periodically spaced along the x axis in both directions from $x = 0$. With Δx defined as the maximum amplitude to half-maximum amplitude width of Ψ , and Δk defined as the range of reciprocal wavelengths of the components of Ψ from maximum amplitude to half-maximum amplitude, we have $\Delta x \approx 1/12$, $\Delta k \approx 1$, and $\Delta x \Delta k \approx 1/12$.

Heisenbergsches Unschärfeprinzip: Bohrs Gedankenexperiment

Mikroskop



Messergebnis:
Beugungsbild des e^-

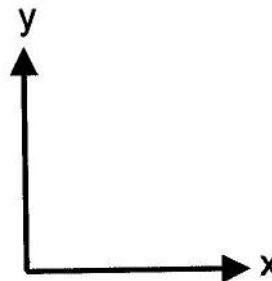
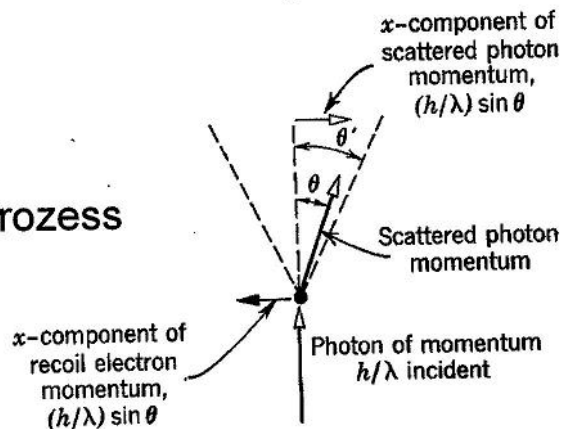


$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta'}$$

$$\Delta p_x = 2p \sin \theta' = \frac{2h}{\lambda} \sin \theta'$$

$$\Delta x \Delta p = 2h$$

Messprozess



Welle-Teilchen-Dualismus – Borns Interpretation von Materiewellen

Einstein: Photonen - $I = h\nu \bar{N}_{Ph} \Leftrightarrow \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} |\vec{E}^2| = I$ (Elektrom.) Leitwelle

Average photon density (per m²s)

$$\vec{E}(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Born: Partikel - $\bar{N} \Leftrightarrow |\Psi|^2 = I$ (Materie-) Leitwelle

Average photon density (per m²s)

$$\Psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

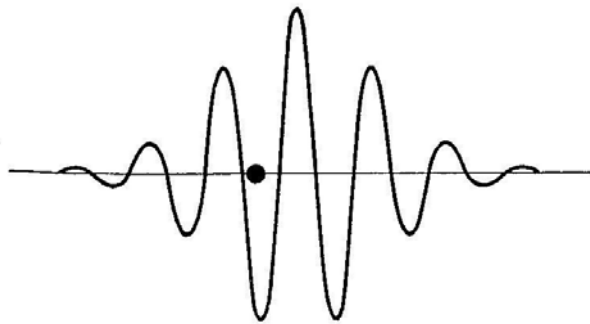
Born: „According to this view, the whole course of events is determined by the laws of probability; to a state in space there corresponds a definite probability, which is given by the de Broglie wave associated with the state. A mechanical process is therefore accompanied by a wave process, the guiding wave, describes by Schroedinger's equation, the significance of which is that it gives the probability of a definite course of the mechanical process. If, for example, the amplitude of the guiding process is zero at a certain point in space, this means that the probability of finding the electron at this point is vanishingly small.“

Bornsches Postulat: Interpretation von $|\Psi(x,t)|^2$

Born: „Wenn zu einem Zeitpunkt t eine Messung durchgeführt wird, um das Teilchen, welches mit der Wellenfunktion $\Psi(x,t)$ assoziiert ist, zu lokalisieren, dann ist die Wahrscheinlichkeit $P(x,t)$, dass das Teilchen an einer Koordinate zwischen x und $x+dx$ gefunden wird, gegeben durch $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx$.“

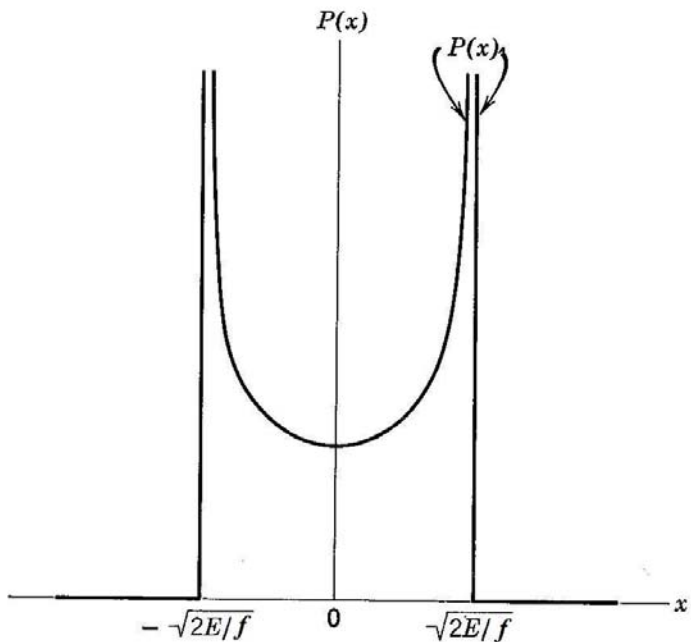
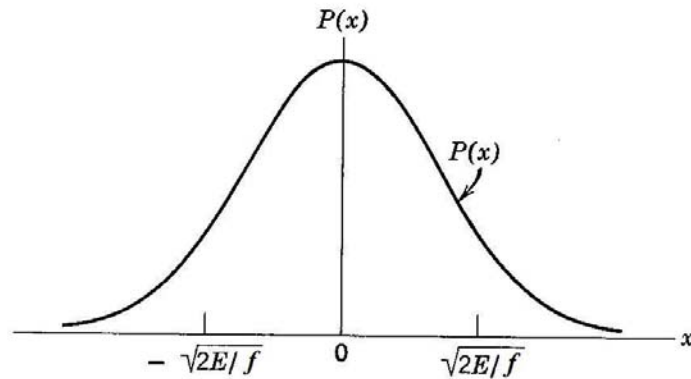
$$P(x,t)dx = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx = |\Psi(x,t)|^2 dx = \text{Wahrscheinlichkeit}$$

$$P(x,t) = \text{Wahrscheinlichkeitsdichte}$$



Schematische Darstellung einer Wellenfunktion und des assoziierten Teilchens. Das Teilchen muss sich an einem Ort befinden, an dem die Wellenfunktion eine signifikante Amplitude hat.

Harmonischer Oszillator: Vergleich von klassischer und quantenmechanischer Aufenthaltswahrscheinlichkeit



Quantenmechanik:

$$P(x, t) = A^2 e^{-\alpha x^2}; \quad \alpha = \frac{\sqrt{fm}}{\hbar}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} f x^2$$

Klassische Mechanik:

$$P(x, t) = \frac{B^2}{\sqrt{\frac{2}{m}} \sqrt{E - \frac{1}{2} f x^2}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{2E}{f}}$$

Wendepunkte des H.O.

Vorhersagbarkeit quantenmechanischer Systeme

Born: „Wir beschreiben den momentanen Zustand eines Systems durch eine Größe Ψ , welche eine Differentialgleichung erfüllt und deren zeitliche Veränderung daher durch ihre Form zum Zeitpunkt $t = 0$ vollständig bestimmt ist, so dass das Verhalten des Systems streng kausal ist. Da aber eine physikalische Relevanz nur der Größe $\Psi^*\Psi$ sowie anderen ähnlich aufgebauten quadratischen Größen zukommt, welche Ψ nur teilweise definieren, folgt, dass der Anfangswert der Ψ -Funktion zwangsläufig nicht vollständig definierbar ist, selbst wenn die physikalisch bestimmbaren Größen zum Zeitpunkt $t=0$ vollständig bekannt sind. Diese Sicht der Dinge ist gleichbedeutend mit der Behauptung, dass Ereignisse in der Tat streng kausal geschehen, dass wir aber den Ausgangszustand nicht exakt kennen. In diesem Sinne ist das Kausalitätsgesetz leer; die Physik ist von Natur aus unbestimmt und somit eine Sache der Statistik.“

„Die Bewegung von Teilchen gehorcht den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit, aber die Wahrscheinlichkeit selbst verändert sich in Übereinstimmung mit dem Gesetz der Kausalität.“