



Institut für Physikalische Chemie

**Übungen zur Vorlesung „Physikalische Chemie II“ im WS 2015/2016**

Prof. Dr. Eckhard Bartsch / M. Werner M.Sc.

— Aufgabenblatt 10 vom 22.01.16 —

**Aufgabe 10 – 1 (L)**

Die experimentelle Bestimmung der Geschwindigkeit einer Kugel ( $m = 50 \text{ g}$ ) und der Geschwindigkeit eines Elektrons ( $m = 9.1 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ ) ergebe denselben Wert, nämlich  $300 \text{ m/s}$ , mit einer Ungenauigkeit von  $0.01 \%$ . Welches ist die minimale Ungenauigkeit (Unschärfe), mit der man den Ort der beiden Objekte bei einer simultanen Messung (zusammen mit der Geschwindigkeit) bestimmen könnte?

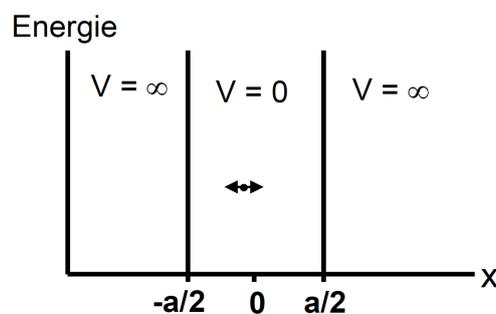
**Aufgabe 10 – 2 (L)**

Ein Atom kann zu jedem Zeitpunkt nach seiner Anregung elektromagnetische Strahlung aussenden. Im Experiment findet man eine typische mittlere Lebensdauer eines Atoms von ca.  $10^{-8} \text{ s}$ ; d.h. in dieser Zeit emittiert ein angeregtes Atom ein Photon und kehrt in den Grundzustand zurück.

- Wie groß ist die minimale Unschärfe  $\Delta\nu$  in der Frequenz des Photons?
- Die meisten Photonen, die von Natriumatomen abgestrahlt werden, korrespondieren zu zwei Spektrallinien mit Wellenlängen um  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . Wie groß ist die relative Linienbreite  $\Delta\nu/\nu$  dieser Spektrallinien?
- Berechnen Sie die Energieunschärfe  $\Delta E$  des angeregten Zustands des Atoms.

**Aufgabe 10 – 3 (M)**

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse  $m$ , welches sich auf der  $x$ -Achse frei zwischen  $x = -a/2$  und  $x = +a/2$  bewegen kann und dessen Aufenthalt außerhalb dieser Region strikt verboten ist. Dieses Teilchen bewege sich zwischen den undurchdringlichen Wänden dieses Kastens hin und her.



a) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{a}\right)^{1/2} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$$

eine spezielle Lösung der SGL (Schrödinger-Gleichung) für dieses Problem ist, d.h. die SGL und die Randbedingungen erfüllt.

b) Berechnen Sie die Erwartungswerte  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\langle p_x \rangle$  und  $\langle p_x^2 \rangle$  für ein Teilchen mit der Wellenfunktion für  $n=1$ .

$$\text{Hinweis: } \int_0^{\pi/2} x^2 \cos^2 x dx = \frac{\pi}{8} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right)$$

c) Zeigen Sie mit den Ergebnissen von b) die Gültigkeit der Heisenberg'schen Unschärferelation.

### Aufgabe 10 – 4 (L)

Ein  $\pi$ -Elektron in einem konjugierten  $\pi$ -Bindungssystem kann in einfachster Näherung mit dem Modell des eindimensionalen Potentialtopfes beschrieben werden. Wie groß ist der Unterschied zwischen den beiden untersten Energieniveaus eines Elektrons, wenn es sich in einem System der Länge 0.5 nm befindet? Vergleichen Sie diesen Wert mit der Differenz der beiden ersten Energieniveaus eines Sauerstoffmoleküls  $O_2$ , das in einem 5 cm langen Kasten eingeschlossen ist und mit der thermischen Energie eines Sauerstoffmoleküls bei 300 K.

### Aufgabe 10 – 5 (L)

Ein Teilchen befindet sich in einem eindimensionalen Kasten der Länge  $l = 15$  nm mit unendlich hohen Potentialwänden.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zwischen  $x = 8$  nm und  $x = 9$  nm anzutreffen, wenn es sich im Zustand  $n = 4$  befindet.

$$\text{Hinweis: } \int_a^b \sin^2 kx dx = \left[ \frac{x}{2} - \frac{1}{4k} \sin(2kx) \right]_a^b$$

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zwischen  $x = 0$  nm und  $x = 5$  nm anzutreffen, wenn es sich im Zustand  $n = 3$  befindet (ohne Rechnung)?