Institut für Physikalische Chemie

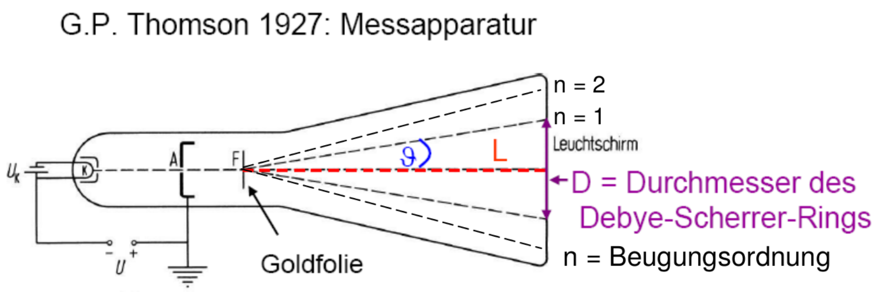
Übungen zur Vorlesung „Physikalische Chemie II“ im WS 2015/2016

Prof. Dr. Eckhard Bartsch / M. Werner M.Sc.

— Aufgabenblatt 9 vom 15.01.16 —

Aufgabe 9 – 1 (M)

In seinem klassischen Experiment zum Nachweis des Wellencharakters des Elektrons bestrahlte G.P. Thomson Goldfolie mit Elektronen, die in einer Kathodenstrahlröhre im Vakuum durch Anlegen einer elektrischen Potentialdifferenz von $25\,\mathrm{kV}$ beschleunigt wurden. Auf einem Leuchtbildschirm beobachtete er das typische Beugungsmuster von zufällig orientierten Goldkristallen, sogenannte Deybe-Scherrer-Ringe.



a) Berechnen Sie die Wellenlänge der Elektronen.

b) Berechnen Sie den Beugungswinkel 1. Ordnung der Elektronen, d.h. den Winkel, zwischen dem innersten Debye-Scherrer-Ring und der der Primärstrahlrichtung. Die Gitterkonstante d der Goldkristalle sei $4\,\text{Å} = 400\,\mathrm{pm}$. Nehmen Sie dazu an, dass die Braggsche Gleichung nicht nur für die reflektierten Strahlen, sondern auch für die transmittierten Strahlen gilt.

c) G.P. Thomson hat bei seiner Datenanalyse nicht den Beugungswinkel gemessen, sondern den Durchmesser der Debye-Scherrer-Ringe und daraus dann die Wellenlänge der Elektronen in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung bestimmt. Zeigen Sie, dass für eine Elektronenwellenlänge von $10\,\mathrm{pm}$ für den Debye-Scherrer-Ring 1. Ordnung ein Durchmesser von $1.6\,\mathrm{cm}$ resultiert, wenn der Abstand L zwischen der Goldfolie und dem Leuchtschirm $32\,\mathrm{cm}$ beträgt (entspricht dem von G.P. Thomson verwendeten Messaufbau). Zeigen Sie dazu anhand einer Zeichnung, dass der Braggwinkel ϑ (Glanzwinkel) der Hälfte des Beugungswinkels entspricht und nutzen Sie sinnvolle Näherungen für den für den Fall kleiner Winkel ($\vartheta < 1°$)

Aufgabe 9 – 2 (L)
Welche der folgenden Wellenfunktionen stellen "physikalisch sinnvolle" Wellenfunktionen dar? Begründen Sie Ihre Antworten.

a) $\Psi(x) = \pm x^2$
b) $\Psi(x) = Ax^2$ (A ist eine Konstante)
c) $\Psi(\Theta) = cos(\Theta)$
d) $\Psi(x) = e^{-ax}$ (a ist eine reelle Konstante)

Aufgabe 9 – 3 (L)
Berechnen Sie das Produkt der folgenden Wellenfunktionen mit der jeweils konjugiert komplexen Wellenfunktion ($\Psi^*\Psi$).

a) $\Psi(\Theta) = \sin(\Theta) + i\cos(\Theta)$
b) $\Psi(x) = e^{iax}$
c) $\Psi(x) = e^{-x^2}$

Aufgabe 9 – 4 (L)
Für das Teilchen zwischen zwei unendlich hohen (Potential-)Wänden liefert die Lösung der zeitunabhängingen Schrödingergleichung die folgenden unnormierten Wellenfunktionen:

$$\Psi_n = A \cdot sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right).$$

Berechnen Sie die Normierungskonstante A.

Hinweis: $$\int sin^2(bx)dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4b}sin(2bx).$$

Aufgabe 9 – 5 (L)
Es gelte die Gleichung $g(x) = \hat{A}f(x)$. Finden Sie für die gegebenen Operatoren $\hat{A}$ und Funktionen $f(x)$ die zugehörigen Funktionen $g(x)$.

a) $\hat{A} = d/dx; \quad f(x) = cos(x^2 + 1)$
b) $\hat{A} = \hat{5}; \quad f(x) = sin(x)$
c) $\hat{A} = ()^2; \quad f(x) = sin(x)$
d) $\hat{A} = exp(); \quad f(x) = ln(x)$
e) $\hat{A} = d^2/dx^2; \quad f(x) = ln(3x)$

Aufgabe 9 – 6 (L)

Welche der folgenden Funktionen sind Eigenfunktionen von $\hat{A} = d^2/dx^2$? Geben Sie für jede Eigenfunktion den Eigenwert an.

a) e^x

b) x^2

c) $sin(x)$

d) $3cos(x)$

e) $sin(x) + cos(x)$