

Lösungen zum Übungsblatt 2 **zur Vorlesung Physikalische Chemie** WS 2009/2010 Prof. Dr. Bartsch

2.1 M (15 Punkte)

a) Berechnen Sie Atomanzahl, Translationsfreiheitsgrade (FG_T), Rotationsfreiheitsgrade (FG_R), Schwingungsfreiheitsgrade (FG_S) für die Moleküle in folgender Tabelle. **(10 Punkte)**

b) Berechnen Sie die aus den Freiheitsgraden die daraus folgende Energie eines Moleküls (in $k_B T$). **(5 Punkte)**

	Atom- anzahl, $n =$	FG_T	FG_R	FG_S	$E_{kin} / k_B T$
Helium He	1	3	0	0	3/2
Stickstoff N₂	2	3	2	1	7/2
Kohlendioxid CO₂	3	3	2	4	13/2
Gasf. Wasser H₂O	3	3	3	3	12/2
Propen C₃H₆	9	3	3	21	48/2
Cyclopropan C₃H₆	9	3	3	21	48/2

2.2 L (15 Punkte)

Die ideale Gasgleichung lautet $pV = nRT$. Fertigen Sie drei Zeichnungen an.

a) $p = f(T)$ für $V = \text{konst.} = 20 \text{ L}$ **(5 Punkte)**

b) $p = f(V)$ für $T = \text{konst.} = 298 \text{ K}$ **(5 Punkte)**

c) $V = f(T)$ für $p = \text{konst.} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ **(5 Punkte)**

Für alle gilt: $n = 1 \text{ mol}$, $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Lösung:

Zeichnungen

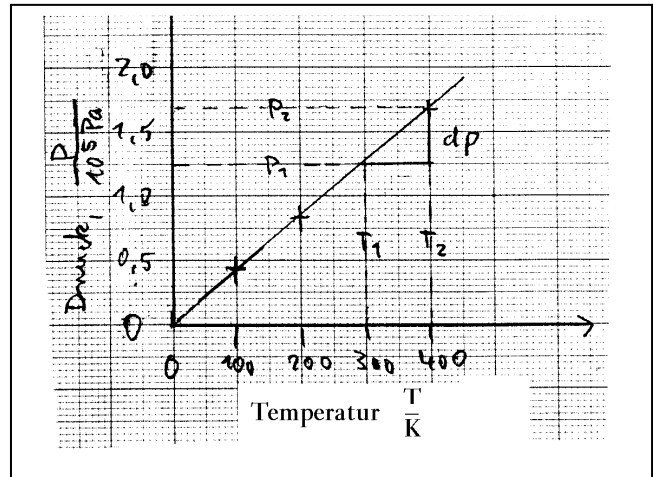
$$\text{a) } p = f(T), \quad V = 20 \text{ L}, \quad n = 1 \text{ mol}, \quad R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \\ = 8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}}{20 \text{ L}} T \quad [1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3] \\ = 416 \text{ Pa K}^{-1} \cdot T$$

Wertetabelle:

$\frac{T}{K}$	$\frac{p}{10^5 \text{ Pa}}$
100	0,416
200	0,83
300	1,25
400	1,66



Grafisch:
$$m = \frac{dp}{dT} = \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} = \frac{1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 1,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{400 \text{ K} - 300 \text{ K}}$$

$$= \frac{0,45 \cdot 10^5}{100} \text{ Pa K}^{-1} = 450 \text{ Pa K}^{-1}$$

rechnerisch:
$$\frac{dp}{dT} = \frac{nR}{V} = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}}{20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 416 \text{ Pa K}^{-1}$$

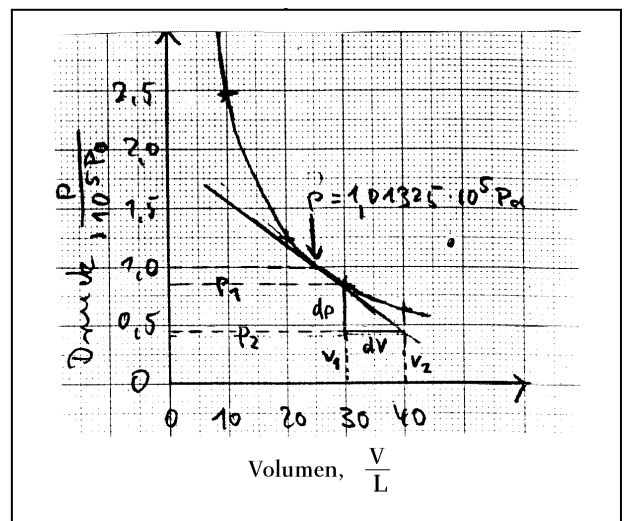
b) $p = f(V)$, $T = 298 \text{ K}$

$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 298 \text{ K}}{V}$$

Wertetabelle:

$\frac{V}{L}$	$\frac{p}{10^5 \text{ Pa}}$
10	2,48
20	1,24
30	0,83
40	0,62



grafisch:

$$m = \frac{dp}{dV} = \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} = -\frac{0,45 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{40 \text{ L} - 30 \text{ L}}$$

$$= -\frac{0,45 \cdot 10^5}{10} \text{ Pa L}^{-1} = -4,0 \cdot 10^3 \text{ Pa L}^{-1}$$

rechnerisch:

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dV} &= -nRT \frac{1}{V^2} \\ &= -2,48 \cdot 10^6 \text{ Pa L} \frac{1}{(25)^2 \text{ L}^2} \\ &= -3,97 \cdot 10^3 \text{ Pa L}^{-1}\end{aligned}$$

c) $V = f(T), \quad p = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
 $pV = nRT$

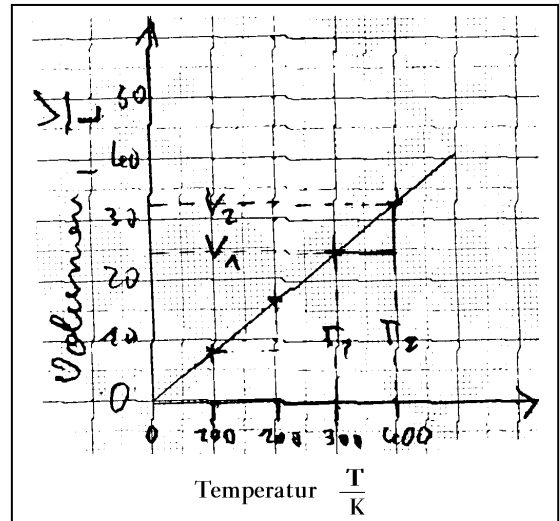
$$\begin{aligned}V &= \frac{nR}{p} T = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}}{1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}} T \\ &= 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ L K}^{-1} \cdot T\end{aligned}$$

$$[1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L}]$$

Wertetabelle: grafisch:

$\frac{T}{\text{K}}$	$\frac{V}{\text{L}}$
100	8,2
200	16,4
300	24,6
400	32,8

$$\begin{aligned}m &= \frac{dV}{dT} = \frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1} = \frac{32,8 \text{ L} - 24,6 \text{ L}}{400 \text{ K} - 300 \text{ K}} \\ &= 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ L K}^{-1}\end{aligned}$$



rechnerisch:
$$\begin{aligned}\frac{dV}{dT} &= \frac{nR}{p} = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}}{1,01325 \text{ Pa}} \\ &= 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ L K}^{-1}\end{aligned}$$

2.3) L (5 Punkte)

Aus Eukalyptusblättern wird die organische Verbindung Eukalyptol gewonnen. Bei 190°C und einem Druck von 8000 Pa wurde eine Dampfdichte von 0,400 g L⁻¹ gemessen.

a) Wie groß ist die Anzahl der Gasteilchen?

b) Wie groß ist die Molmasse des Eukalyptols?

Lösung:

$$pV = nRT, \quad n = \frac{m}{M}, \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$M = \frac{mRT}{pV} = \frac{RT}{p} \rho$$

$$= \frac{8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 463 \text{ K} \cdot 0,4 \text{ g}}{8000 \text{ Pa L}} \quad [1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L}]$$

$$= 192,5 \text{ g mol}^{-1}$$

2.4) L (5 Punkte)

Eine Probe Argon von 1000 mbar mit einem Volumen von 500 cm³ soll bei konstanter Temperatur in ein Volumen von 300 cm³ gepresst werden. Welchen Druck brauchen wir dazu?

Lösung:

$$pV = nRT, \quad (T = \text{konstant}, n = \text{konstant})$$

Index 2 entspricht Endzustand, Index 1 entspricht Anfangszustand.

Die Grösse nRT ändert sich beim Versuch nicht, daher gilt:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{1000 \text{ mbar} \cdot 500 \text{ cm}^3}{300 \text{ cm}^3} = 1,67 \text{ bar}$$

2.5) M (10 Punkte)

Ein kugelförmiger Ballon mit dem Radius 3 m soll bei 25°C und einem Außendruck von 101325 Pa (Meereshöhe) mit H₂ aufgeblasen werden. Man nehme an, dass die Ballonhülle aus flexiblem Material besteht.

a) Wie viel H₂ braucht man? (Angaben in mol).

b) Welche Masse kann der Ballon auf Meeresniveau tragen? ($\rho_{\text{Luft}} = 1,22 \text{ kg m}^{-3}$)

c) Wie groß wäre die Tragkraft bei Verwendung von He?

Lösung:

a) Menge H₂ zum Aufblasen:

$$V(\text{Ballon}) = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (3 \text{ m})^3 = 113 \text{ m}^3$$

$$pV = nRT$$

$$n(\text{H}_2) = \frac{pV}{RT} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 113 \text{ m}^3}{8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 298 \text{ K}} \\ = 4623 \text{ mol}$$

- b) Taucht man einen Körper in Luft ein, so verdrängt er dabei Luft und erfährt dadurch einen Auftrieb. Die Auftriebskraft ist proportional zu der Masse der verdrängten Luft:

$$|F(\text{Auftrieb})| = m(\text{Luft}) g$$

Der Körper wird von der Erde angezogen. Die Anziehungskraft ist proportional zu seiner Masse:

$$|F(\text{Anz})| = m(\text{Körper}) g$$

Die Differenz der beiden Kräfte ergibt die Nutzlast:

$$\frac{|F(\text{Auftrieb})| - |F(\text{Anz})|}{g} = m(\text{Luft}) - m(\text{Körper}) = m(\text{Nutz})$$

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \rightarrow m(\text{Luft}) = \rho V \\ &= 1,22 \text{ kg m}^{-3} 113 \text{ m}^3 = 138 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\text{H}_2) &= n(\text{H}_2) M(\text{H}_2) \\ &= 4623 \text{ mol} \cdot 2 \text{ g mol}^{-1} = 9,3 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$m(\text{Nutz}) = m(\text{Luft}) - m(\text{Körper}) = 138 \text{ kg} - 9,3 \text{ kg} = 128,7 \text{ kg}$$

- c) Verwendung von Helium:
Es ergibt sich aus der Gasgleichung die gleiche Stoffmenge n wie bei H_2 . Für die Masse erhalten wir:

$$\begin{aligned} m(\text{He}) &= n(\text{He}) M(\text{He}) \\ &= 4623 \text{ mol} \cdot 4 \text{ g mol}^{-1} = 18,5 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\text{Nutzlast} = m(\text{Luft}) - m(\text{He}) = 138 \text{ kg} - 18,5 \text{ kg} = 119,5 \text{ kg}$$