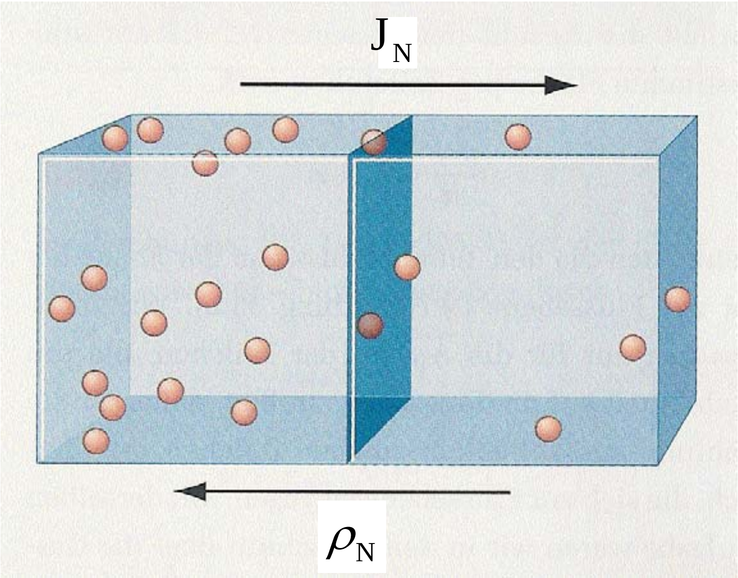
Transportgesetze - Diffusion

Allgemeine Form eines Transportgesetzes:

Flussdichte = Transportkoeffizient x Gradient

Diffusion = Massetransport



$$J_N = \frac{dN}{A \cdot dt} = -D\left(\frac{d\rho_N}{dx}\right)$$

1. Ficksches Gesetz

J_N = Teilchenfluss

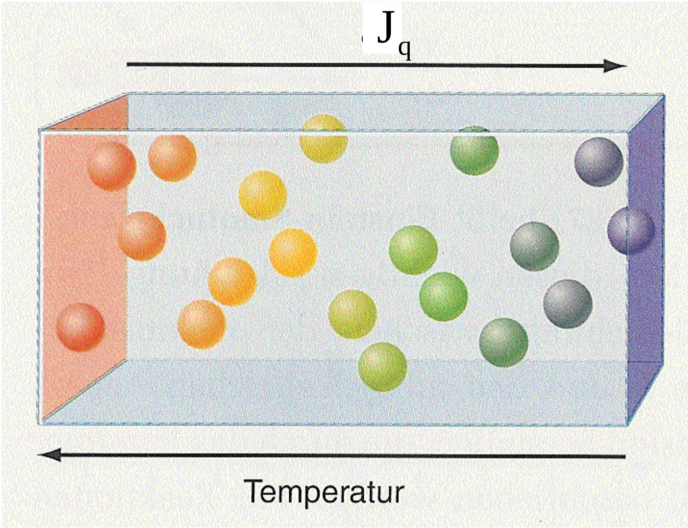
D = Diffusionskoeffizient

$\frac{d\rho_N}{dx}$ = Teilchenzahldichtegradient

Transportgesetze - Wärmeleitung

Allgemeine Form eines Transportgesetzes:

Flussdichte = Transportkoeffizient x Gradient



Wärmeleitung = Transport von Wärme
(= kinetischeEnergie)

$$J_q = \frac{dq}{A \cdot dt} = -\lambda_T \left(\frac{dT}{dx} \right)$$

Fouriersches Gesetz

J_q = Wärmefluss

λ_T = Wärmeleitfähigkeit

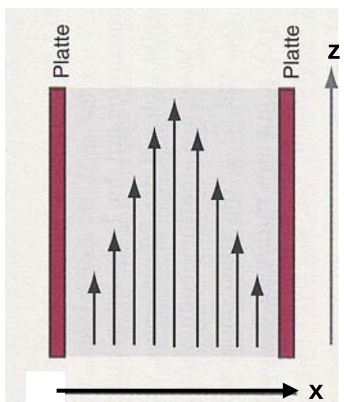
$\frac{dT}{dx}$ = Temperaturgradient

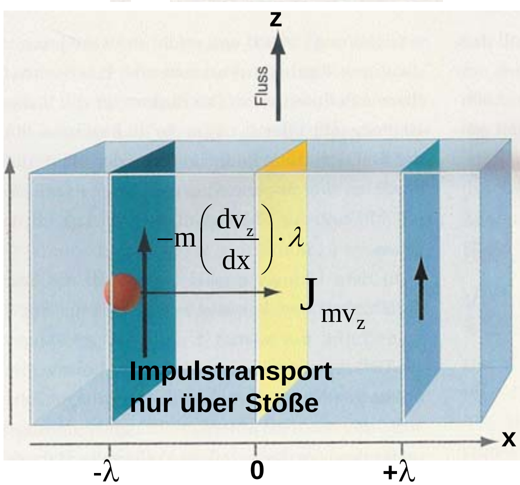
Wärmetransport nur über Stöße,
nicht über Massetransport

Transportgesetze - Viskosität

Allgemeine Form eines Transportgesetzes:

Flussdichte = Transportkoeffizient x Gradient





Viskosität = Transport von Impuls
senkrecht zur Flussrichtung

$$J_{mv} = \frac{d(mv_z)}{A \cdot dt} = -\eta\left(\frac{dv_z}{dx}\right)$$

$$F = \frac{d(mv_z)}{dt} = -A \cdot \eta\left(\frac{dv_z}{dx}\right)$$

Newtonsches Viskositätsgesetz

$J_{mv} = \text{Impulsfluss}$

$\eta = \text{Viskosität}$

$\frac{dv_z}{dx} = \text{Geschwindigkeitsgradient}$

Transportgesetze - Übersicht

Allgemeine Form : Flussdichte = Transportkoeffizient x Gradient

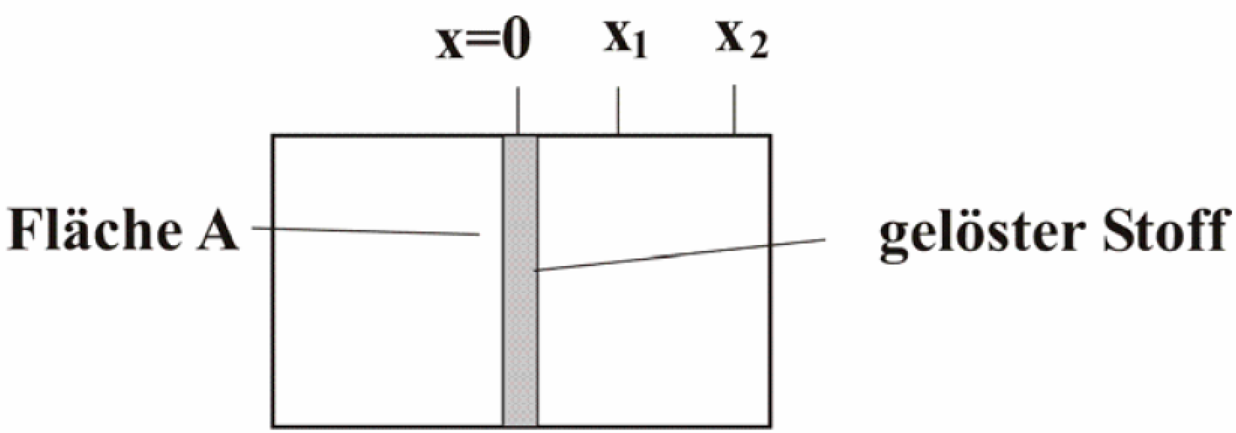
Materialeigen-schaft	Transport-prozess	Gradient	T.-Koeffizient	T.-Gesetz
Teilchen zahl N	Diffusion	Dichte	Diffusions-koeffizient D	$J_N = -D\left(\frac{d\rho_N}{dx}\right)$
Kinet. Energie E_{kin}	Wärme-leitung	Temperatur	Wärmeleit-fähigkeit λ_T	$J_E = -\lambda_T\left(\frac{dT}{dx}\right)$
Impuls mv_z	Viskosität	Geschwindig-keit $\perp$ Fluss	Viskosität η	$J_{mv} = -\eta\left(\frac{dv_z}{dx}\right)$

Das zweite Ficksche Gesetz:

$$\boxed{dc / dt = D\, d^2c / dx^2}$$

Lösung:

Als einfaches Beispiel betrachten wir, dass zu Beginn eine sehr dünne Schicht des gelösten Stoffes vorliegt (Tintenstrich auf einem Löschpapier):



Als Lösung ergibt sich hier (n_0 aufgetragene Stoffmenge):

$$c(x,t) = \frac{n_0}{A(\pi Dt)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\,Dt}\right) \qquad (15.9)$$

Lösung: $$c(x,t) = \frac{n_0}{A(\pi D t)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\,Dt}\right)$$